RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2022	Session de contrôle
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences de l'informatique**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

N° d'inscription

✎✎✎✎✎

Le sujet comporte 4 pages, la page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 : (4 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-(5+i)z+8+4i=0$.

a) Vérifier que $(1-3i)^2=-8-6i$.

b) Résoudre l'équation (E).

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=2+2i$ et $z_C=3-i$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Calculer $(z_A-z_C)\overline{(z_A-z_B)}$.

c) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

3) Soit D le point d'affixe $z_D=1-3i$.

a) Vérifier que $Aff(\overrightarrow{DC})=2Aff(\overrightarrow{AB})$.

b) En déduire que $(AB)//(CD)$.

c) Calculer AB et CD.

4) Calculer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2 : (3,5 points)

On considère la matrice $M=\begin{pmatrix}\alpha & -1 & 1\\ 2 & -2 & 1\\ -2 & 1 & -2\end{pmatrix}$, où α est un nombre réel.

1) a) Montrer que $\text{dét}(M)=3\alpha-4$.

b) Pour quelle valeur de α la matrice M n'est pas inversible ?

2) Dans la suite de l'exercice on prend $\alpha=1$.

a) Calculer M^2 puis vérifier que $M^2+2M=-I_3$.

b) Montrer que $M^{-1}=-M-2I_3$.

3) On considère le système : $(\mathbf{S})\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x-2y+z=1 \\ -2x+y-2z=-3 \end{cases}$

a) Donner une écriture matricielle de $(\mathbf{S})$.

b) Résoudre alors le système $(\mathbf{S})$.

Exercice 3 : (4 points)

On considère dans $\mathbb{Z}\mathrm{x}\mathbb{Z}$ l'équation $(\mathbf{E'}) : 2x-y=7$.

1) a) Vérifier que le couple $(3,-1)$ est une solution de $(\mathbf{E'})$.

b) Résoudre l'équation $(\mathbf{E'})$.

2) a) Vérifier que $5^6 \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 7)$.

b) Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n, les restes possibles de la division euclidienne de 5^n par 7.

3) Pour tout entier naturel n, on pose $a_n = 5^n + 3$ et $b_n = 2\times 5^n - 1$.

a) Vérifier que pour tout entier naturel n, le couple (a_n, b_n) est solution de $(\mathbf{E'})$.

b) En déduire que les valeurs possibles de $a_n \wedge b_n$ sont seulement 1 et 7.

c) Montrer que $a_n \wedge b_n = 7$ si et seulement si $n \equiv 2 (\mathrm{mod}\, 6)$.

Exercice 4 : (3 points)

Un centre spécialisé en jeux vidéo, nommé « Gamma », offre des formations permettant de développer les compétences des professionnels du domaine.

Le tableau ci-dessous donne les tarifs de la formation selon le nombre d'inscrits.

x : nombre d'inscrits	1	5	10	15	20
y : prix en dinars	2500	11500	21000	30000	36000

Les valeurs demandées seront arrondies à 10^{-4} près.

1) a) Déterminer le coefficient de corrélation r du couple (x,y) et interpréter ce résultat.

b) Par la méthode des moindres carrées, donner une équation de la droite de régression de y en x.

2) Une société de création des jeux vidéo qui compte 17 ingénieurs cherche à les former dans le centre « Gamma ».

a) Estimer le coût de formation des ingénieurs de cette société selon l'ajustement déterminé dans la première question.

b) Les responsables de la société proposent un ajustement affine de x en y donné par : $x = 0{,}0006y - 1{,}0579$.

Selon cet ajustement, la somme $30096{,}500$ dinars permet-elle de former les ingénieurs de la société ?

Exercice 5 : (5,5 points)

Le tableau ci-contre donne les variations de la fonction g définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par :
$g(x) = -4x\ln x$.

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
g	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	$-\infty$

1) Calculer $g(1)$ et donner le signe de g sur $\left]0,+\infty\right[$.

2) Soit f la fonction définie sur $\left[0,+\infty\right[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2(1-2\ln x) & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Montrer que f est dérivable à droite en 0 et que $f'_d(0) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ce résultat.

3) a) Montrer que pour tout réel $x > 0$ on a : $f'(x) = g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Montrer que le point $I\left(\frac{1}{e}, f\left(\frac{1}{e}\right)\right)$ est un point d'inflexion de (C).

b) Montrer que la droite $\Delta : y = \frac{4}{e}x - \frac{1}{e^2}$ est la tangente à (C) au point I.

5) a) Vérifier que $f\left(\sqrt{e}\right) = 0$.

b) Dans l'annexe ci-jointe, on a tracé la droite Δ.

Placer le point I et tracer la courbe (C).

6) Soit $\mathcal{A}$ l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \sqrt{e}$.

Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $\mathcal{A} = \frac{2}{9}e\sqrt{e} - \frac{5}{9}$.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique
Session de contrôle (2022)
Annexe à rendre avec la copie