REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 2h	Coefficient : 1
SECTION : Sport			SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + U_n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer U_1 et U_2 . En déduire que la suite (U_n) n'est pas géométrique.

2) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 1$.
   b) Montrer alors que la suite (U_n) est décroissante.
   c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n - 1$
   a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
   En déduire l'expression de V_n en fonction de n.
   b) Exprimer U_n en fonction de n puis déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

EXERCICE 2 (6 points)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant, chacune, une des lettres A, B, C, O, P, R, S, T (chaque lettre figure sur une seule boule).
Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard cinq boules de l'urne.

1) On désigne par E et F les évènements suivants :
   E : «Les lettres du mot "BAC" figurent sur trois boules parmi les cinq boules tirées».
   F : «Les lettres du mot "SPORT" figurent sur les cinq boules tirées».
   a) Justifier que $p(E) = \frac{5}{28}$.
   b) Calculer $p(F)$ et en déduire $p(E \cup F)$.

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de lettres du mot "SPORT" figurant sur les boules tirées.
   a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

x_i	2			
$p_i = p(X = x_i)$	$\frac{10}{56}$			

   b) Déduire la probabilité de l'évènement G:
   « Au moins une lettre du mot BAC apparait dans le tirage des cinq boules »

PROBLEME (8 points)

Dans la feuille jointe **à rendre**, la courbe (C) est la représentation graphique, dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, de la fonction f définie sur IR par

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3.$$

1) a) Donner $f(1)$ et $f'(1)$.
   b) Justifier que pour tout $x \in]-1, 3[$; $f(x) > 0$.

2) Placer sur l'axe des abscisses les réels α et β vérifiant :
   $f(\alpha) = f(\beta) = 1 \qquad (\alpha < \beta)$.

3) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $I =]-1, 3[$ par
   $$g(x) = \text{Log}(-x^2 + 2x + 3).$$
   On désigne par (C') sa courbe représentative dans le repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to 3^-} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   c) Justifier que g est dérivable sur I et vérifier que pour tout $x \in I$;
   $$g'(x) = \frac{2(1-x)}{f(x)}$$
   d) Dresser alors le tableau de variations de g.

4) a) Vérifier que $g(\alpha) = g(\beta) = 0$.
   b) Tracer la courbe (C') sur la feuille à rendre. (On tracera les asymptotes à(C')).

Feuille à rendre