REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 2h	Coefficient : 1
SECTION : Sport		SESSION DE CONTRÔLE	

EXERCICE 1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = -2U_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2. En déduire que la suite (U_n) n'est pas monotone.
   b) Vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = -3U_n + 1$.
   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison -2.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c) La suite (U_n) est-t-elle convergente ? expliquer.

EXERCICE 2 (6 points)

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : trois jaunes, deux noires et une blanche. Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   A : « Obtenir deux boules noires ».
   B : « Obtenir deux boules de couleurs différentes ».

2) On inscrit sur chaque boule jaune le nombre 1, sur chaque boule noire le nombre 0 et sur la boule blanche le nombre -1.

Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe la somme des deux nombres inscrits sur les boules tirées.

   a) Vérifier que $p(X = 0) = \frac{4}{15}$.
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLEME (8 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]-\infty, 0[$ et $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

A) On donne ci-dessous le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		0
f(x)	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖

1) Donner sans justification :
   a) Le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty, 0[$.
   b) $f<]-\infty, 0[>$.
   c) Une équation d'une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.

2) Justifier que :
   a) f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur IR.
   b) L'équation $f(x) = 1$ admet dans $]-\infty, 0[$ une solution unique α.

B) Dans la suite du problème, on admet que $f(x) = \mathrm{Log}\,(-x)$ pour tout $x \in]-\infty, 0[$

1) a) Vérifier que $f^{-1}(0) = -1$ et que $f^{-1}(1) = -e$.
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   c) Tracer $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ selon le même repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
   ($(\mathcal{C}')$ étant la représentation graphique de f^{-1})

2) a) Montrer que la fonction $F : x \longmapsto x\mathrm{Log}(-x) - x$ est une primitive de f sur $]-\infty, 0[$.
   b) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = -1$.
   Montrer que $\mathcal{A} = 1$ (unité d'aire).