REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE JUIN 2011

SESSION PRINCIPALE

SECTION : SPORT
EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures COEFFICIENT : 1

Exercice 1 : (6 points)

Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher : trois rouges, deux vertes et une noire.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules de l'urne. On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Obtenir au moins une boule rouge ».

B : « Obtenir les deux boules vertes ».

1°) a) Vérifier que $p(A) = \dfrac{19}{20}$ et calculer p(B).

b) Définir l'évènement $A \cap B$ et vérifier que $p(A \cap B) = \dfrac{3}{20}$.

c) Déterminer alors $p(A \cup B)$.

2°) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de boules vertes tirées.

a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

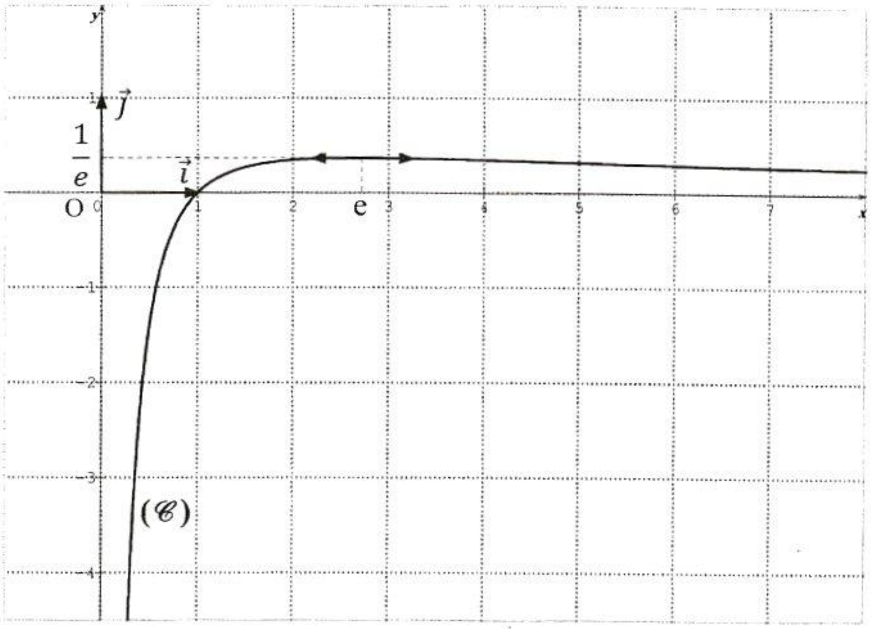
x_i	.....	.....	2
p_i	.....	.....	$\dfrac{1}{5}$

b) Montrer que la moyenne des boules vertes tirées est égale à 1.

Exercice 2 : (6 points)

Dans le graphique suivant (voir page 2) :

- $(\mathscr{C})$ désigne la courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction g définie et dérivable sur $]0,+\infty[$.
- $(\mathscr{C})$ admet au point $A(e,\frac{1}{e})$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- les droites d'équations respectives x = 0 et y = 0 sont des asymptotes à la courbe $(\mathscr{C})$.



1) Donner par lecture graphique :

a) $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

b) g (e) et g '(e).

c) le tableau de variation de g.

2) On admet que pour tout x $\in \left]0,+\infty\right[$, g(x) = $\dfrac{\ln x}{x}$. Calculer l'aire du domaine du plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e.

Problème : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ et ($\mathscr{C}$) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2°) a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout $x \in \left]0,+\infty\right[$, $f'(x) < 0$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que f est une bijection de $\left]0,+\infty\right[$ sur $\left]1,+\infty\right[$.

« On notera f^{-1} la fonction réciproque de f et ζ sa courbe représentative selon le même repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ ».

3°) Soit u la fonction définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par $u(x) = e^{\frac{1}{x}} - x$.

a) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de chacun des réels $u\left(\dfrac{3}{2}\right)$ et $u(2)$.

b) En déduire que l'équation $e^{\frac{1}{x}} = x$ admet dans $\left]\dfrac{3}{2},2\right[$ au moins une solution α.

c) Justifier que α est la seule solution dans $\left]0,+\infty\right[$ de l'équation $e^{\frac{1}{x}} = x$.

4°) a) Calculer $f(1)$ et déduire $f^{-1}(e)$.

b) Tracer la droite Δ d'équation $y = x$ et les courbes ($\mathscr{C}$) et ζ. (On prendra $\alpha \approx 1,7$).