REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2011

SESSION PRINCIPALE

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE
EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE : 3h** **COEFFICIENT : 3**

Exercice 1 (6 points)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E): $z^3 + iz^2 - 2z + 4i = 0$.

1) a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
   b) En déduire que z est solution de (E) si et seulement si $z = i$ ou $z^2 + 2iz - 4 = 0$.
2) a) Résoudre l'équation (E).
   b) Écrire les solutions sous forme exponentielle.
3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives i, $\sqrt{3} - i$ et $-\sqrt{3} - i$.
   a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.
   b) Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.

Exercice 2 (4 points)

Trois lycées ont tous acheté des scanners, des ordinateurs et des imprimantes.
Le premier lycée a acheté un scanner, deux ordinateurs et trois imprimantes à 3200 dinars.
Le second lycée a acheté quatre scanners, deux ordinateurs et cinq imprimantes à 4600 dinars.
Le troisième lycée a acheté trois scanners, un ordinateur et trois imprimantes à 2700 dinars.
On désigne par x, y et z les prix d'achat respectifs d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

1) Montrer que (x, y, z) est solution dans $\mathbb{R}^3$, d'un système linéaire (S) qu'on établira.
2) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$
   a) Montrer que A est inversible et que sa matrice inverse est B.
   b) En déduire le prix d'achat d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

Exercice 3 (4 points)

On considère l'équation (E) : $8x + 5y = 100$ où x et y sont deux inconnues entières.

1) a) Vérifier que si (x ,y) est solution de (E) alors x est un multiple de 5.
   b) En déduire l'ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
2) Une visite pour un musée a été organisée pour un groupe d'élèves. Les frais d'entrée pour ce groupe sont élevés à 100 dinars. Le prix d'un billet d'accès au musée est de 8 dinars pour un lycéen et de 5 dinars pour un collégien.
   Quelles sont les compositions possibles de ce groupe en lycéens et collégiens?

Exercice 4 (6 points)

Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction f définie sur $[0,+\infty[$.

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$\frac{e}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On suppose que la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f passe par le point A(1,1) et que la tangente T à cette courbe en ce point a pour équation $y = x$.

1) a) Donner $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b) Déterminer f (1) et f '(1).

2) La fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2(1 - \ln x) \text{ , pour tout } x \in]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$
   a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b) Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ qu'on précisera.
   c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et l'axe des abscisses.
   d) Tracer la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$.

3) Soit $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.
   Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'aire $\mathscr{A}$.